



លំហាត់គណិតវិទ្យាប្រចាំខែ តុលា

ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា ឆ្នាំ ២០១០

ស្នើសុំប្រើមិត្តអ្នកគណិតវិទ្យាទាំងអស់!

ខ្ញុំសូមស្វាគមន៍ និងថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅចំពោះប្អូនៗ សិស្សានុសិស្ស និស្សិត លោកគ្រូអ្នកគ្រូ និងអ្នកគណិតវិទ្យាទាំងអស់ដែលបាននឹងកំពុងតែប្រើប្រាស់ និងផ្សព្វផ្សាយបន្តនូវគេហទំព័ររបស់

អេន និង តត (readandthink.awardspace.info) ។

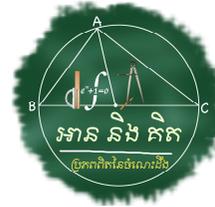
នៅក្នុងគេហទំព័រនេះខ្ញុំបានរៀបចំ និងបង្កើតឲ្យមាននូវផ្នែកជាច្រើនដែលផ្នែកខ្លះ ស្ថិតក្នុងការស្ថាបនា និងផ្នែកខ្លះទៀតត្រូវបានដាក់ឲ្យប្រើប្រាស់យ៉ាងទូលំទូលាយ ។

តួយ៉ាងត្រង់ផ្នែក **លំហាត់ប្រចាំខែ** វាជាចំណុចមួយដែលសម្រាប់ប្រើមិត្តអាចទាញយក (download) ទៅប្រើប្រាស់បានតាមសេចក្តីត្រូវការរៀងៗខ្លួន (**ហាមយកទៅបោះពុម្ពផ្សាយធ្វើជាសៀវភៅសំរាប់ប្រើប្រាស់ផ្ទាល់ខ្លួន**) ។

អ្វីដែលជាគោលបំណងសំខាន់ៗរបស់ផ្នែកនេះគឺ សូមឲ្យប្រើមិត្តចូលរួមដោះស្រាយលំហាត់ទាំងនេះ រួចសូមផ្ញើមកយើងខ្ញុំនូវដំណោះស្រាយរបស់អ្នកតាមរយៈសារអេឡិចត្រូនិចគឺ readandthink.info@gmail.com ។

របៀបចូលរួម៖

១. ឈ្មោះ- ភេទ
២. មុខរបរ៖ សិស្ស-និស្សិត-គ្រូ-សាស្ត្រចារ្យ...ផ្សេងៗ
៣. ទីកន្លែងធ្វើការ រឺ ឈ្មោះគ្រឹះស្ថានសិក្សា



លំហាត់គណិតវិទ្យាប្រចាំខែ តុលា

ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា ឆ្នាំ ២០១០

៤. មកពីខេត្ត-ក្រុង ស្រុក/ខណ្ឌ...

៥. ទូរស័ព្ទទំនាក់ទំនង

បញ្ជាក់៖

- រាល់ដំណោះស្រាយដែលត្រឹមត្រូវនិងអាចទទួលយកបានរបស់អ្នក ខ្ញុំនឹងបោះពុម្ពផ្សាយ (តាមគេហទំព័រ) ជូនដោយដាក់ឈ្មោះរបស់អ្នក។
- រាល់ដំណោះស្រាយស្រដៀងគ្នា ឬ ដូចគ្នា យើងខ្ញុំសូមដាក់ឈ្មោះរបស់អ្នករួមគ្នាទាំងអស់។
- សូមផ្ញើមកយើងខ្ញុំជា files សម្រាប់បើកបាន (Microsoft office word) ឬ ក៏អ្នកអាចសរសេរដំណោះស្រាយឲ្យបានច្បាស់ៗលើក្រដាសទំហំ A4 ដោយទុកជាយក្រដាស (margins) 2cm ទាំងអស់រួចហើយយកទៅស្កេន (scan) បន្ទាប់មកផ្ញើតាមសារអេឡិចត្រូនិចមកខ្ញុំបាទ ឬ ក៏ណាត់ជួបខ្ញុំបាទផ្ទាល់តាមរយៈទូរស័ព្ទលេខ **០១២ ៤៧ ៣៦ ១៧** (នៅភ្នំពេញ) ។
- សូមជួយផ្សព្វផ្សាយបន្តដល់កូនខ្មែរឲ្យបានច្រើនតាមតែអាចធ្វើទៅបាន។
- ខ្មែរត្រូវតែជួយខ្មែរយើង ទើបធ្វើឲ្យប្រទេសជាតិយើងរីកចំរើន ។

សូមអរគុណ!

ប្រធាន

ឡឺង សោភ័ណ្ណ



លំហាត់គណិតវិទ្យាប្រចាំខែ តុលា
គ្រឿងប្រឡងសិស្សពូកែពិភពលោក ឆ្នាំ ២០១០

ថ្នាក់ទី ១០

Problem 1. រកផ្នែកគត់នៃ $E = \sqrt[n]{\underbrace{\sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \dots + \sqrt[3]{24}}}_n}$, $n \geq 1$ ។

Problem 2. តាង x និង y ជាចំនួនពិតដែល $x^2 + y^2$, $x^3 + y^3$ និង $x^4 + y^4$ ជាចំនួនសនិទាន។ បង្ហាញថា $x + y$ និង xy ក៏ជាចំនួនសនិទានដែរ។

Problem 3. តាង x ជាចំនួនពិត និងបើ A ជាចំនួនគត់ដែល៖

$$A = \frac{-1 + 3x}{1 + x} - \frac{\sqrt{|x| - 2} + \sqrt{2 - |x|}}{|2 - x|}$$

ចូររកលេខខ្ទង់ឯកតានៃ A^{2010} ។

Problem 4. គណនាតម្លៃលេខនៃ $A = \frac{600^2}{253^2 - 247^2}$ ។

Problem 5. តាង M ជាចំណុចនៅលើអង្កត់ធ្នឹត AB នៃកន្លះរង្វង់ Γ ។ បន្ទាត់កែងត្រង់ M ជួបកន្លះរង្វង់ Γ ត្រង់ P ។ រង្វង់មួយទៀតនៅក្នុង Γ ប៉ះ Γ និងប៉ះ PM ត្រង់ Q ហើយ AM ត្រង់ R ។ បង្ហាញថា៖ $PB = RB$ ។



លំហាត់គណិតវិទ្យាប្រចាំខែ តុលា
គ្រឿងប្រឡងសិស្សពូកែពិភពលោក ឆ្នាំ ២០១០

ថ្នាក់ទី ១១

Problem 1. រកគ្រប់អនុគមន៍ $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់៖

$$f(m + f(f(n))) = -f(f(m+1)) - n, \forall m, n \in \mathbb{Z}$$

Problem 2. គេឲ្យស្វ៊ីត $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$, $n \geq 1$ ។ បង្ហាញថា៖

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 \text{ និង } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!} (2 - a_n) = e$$

Problem 3. គេឲ្យពហុធាមានមេគុណជាចំនួនគត់

$$f(X) = X^n + 2X^{n-1} + 3X^{n-2} + \dots + nX + (n+1) \text{ និង}$$

$$\epsilon = \cos \frac{2\pi}{n+2} + i \sin \frac{2\pi}{n+2}$$

$$f(\epsilon) f(\epsilon^2) \dots f(\epsilon^{n+1}) = (n+2)^n$$

Problem 4. គេឲ្យសមីការ៖ $x^3 - 6x^2 + 5x - 1 = 0$ មានឫសទាំងបីជាចំនួនពិតគឺ a, b, c ។ គណនាតម្លៃលេខនៃ $a^5 + b^5 + c^5$ តាមពីរបៀប។

Problem 5. តាង P ជាចំណុចនៅក្នុង $\triangle ABC$ ។ គេឲ្យ AP ជួប BC ត្រង់ D , BP ជួប CA ត្រង់ E , និង CP ជួប AB ត្រង់ F ។ បង្ហាញថា៖

$$\frac{PA}{PD} \cdot \frac{PB}{PE} + \frac{PB}{PE} \cdot \frac{PC}{PF} + \frac{PC}{PF} \cdot \frac{PA}{PD} \geq 12$$



លំហាត់គណិតវិទ្យាប្រចាំខែ តុលា

ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែកម្ពុជា ឆ្នាំ ២០១០

ថ្នាក់ទី ១២

Problem 1. ឧបមាថា P ជាពហុធាមានមេគុណជាចំនួនកុំផ្លិច និងមានដឺក្រេជាចំនួនគូ។ បើគ្រប់ឫសនៃ P ជាចំនួនកុំផ្លិចមិនពិតដែលមានម៉ូឌុល 1 ។ បង្ហាញថា $P(1) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow P(-1) \in \mathbb{R}$ ។

Problem 2. តាង x, y, z ជាចំនួនពិតដែល៖

$$\sin x + \sin y + \sin z = 0 \text{ និង } \cos x + \cos y + \cos z = 0$$

បង្ហាញថា៖

$$\sin 2x + \sin 2y + \sin 2z = 0 \text{ និង } \cos 2x + \cos 2y + \cos 2z = 0$$

Problem 3. បង្ហាញថា $A = 2^{1992} - 1$ អាចសរសេរជាផលគុណនៃ 6 ចំនួនគត់ដែលធំជាង 2^{248} ។

Problem 4. គេឲ្យសមីការ៖

$$(3x^2 + y^2 - 4y + 17)^3 - (2x^2 + 2y^2 - 4y - 6)^3 = (x^2 - y^2 - 11)^3$$

កំណត់គូចម្លើយ $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ ។

Problem 5. គេឲ្យស្វ៊ីតចំនួនពិត s_0, s_1, s_2, \dots មានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម $s_i s_j = s_{i+j} + s_{i-j}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់មិនអវិជ្ជមាន i និង j ដែល $i \geq j$ និង $s_i = s_{i+12}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់មិនអវិជ្ជមាន i ហើយ $s_0 > s_1 > s_2 > 0$ ។ គណនា s_0, s_1, s_2 ។



លំហាត់គណិតវិទ្យាប្រចាំខែ តុលា

ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែកម្ពុជា ឆ្នាំ ២០១០

Problem 6. រកអនុគមន៍ចំនួន $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម៖

$$f(x^5 - y^5) = x^4 f(x) - y^4 f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$$

Problem 7. គេឲ្យស្វ៊ីត $(u_n): u_1, u_2, \dots, u_n$ ដែលតួនីមួយៗជាចំនួនវិជ្ជមាន និងផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព

$$\frac{1}{\sqrt{u_1} + \sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{u_{k-1}} + \sqrt{u_k}} = \frac{k-1}{\sqrt{u_1} + \sqrt{u_k}}$$

បង្ហាញថា (u_n) ជាស៊ីតនេត្រី។

Problem 8. គេឲ្យចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។ AB និង CD ជួបគ្នាត្រង់ E ហើយអង្កត់ទ្រូង AC និង BD ជួបគ្នាត្រង់ F ។ រង្វង់ចារឹកក្រៅ $\triangle AFD$ និង $\triangle BCF$ ជួបគ្នាត្រង់ H ។ បង្ហាញថា

$$\angle EHF = 90^\circ$$

Problem 9. គេឲ្យចតុកោណប៉ោងបី $EFGH, ABCD$ និង $E_1F_1G_1H_1$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ៖

1. ចំណុច E, F, G, H រៀងគ្នានៅលើជ្រុង AB, BC, CD, DA

$$\text{និង } \frac{AE}{EB} \cdot \frac{BF}{FC} \cdot \frac{CG}{GD} \cdot \frac{DH}{HA} = 1$$

2. ចំណុច A, B, C, D រៀងគ្នានៅលើជ្រុង H_1E_1, E_1F_1, F_1G_1

និង G_1H_1 ហើយ $E_1F_1 \parallel EF, F_1G_1 \parallel FG, G_1H_1 \parallel GH$ និង

$$H_1E_1 \parallel HE$$
 ។ ឧបមាថា $\frac{E_1A}{AH_1} = \lambda$, គណនា $\frac{F_1C}{CG_1}$ ជាអនុគមន៍នៃ λ ។